

Inegalitate.

Aplicăm de trei ori inegalitatea mediilor ($AM - GM$) și vom înmulți inegalitățile.

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{b}{c} &\geq 2\sqrt{x^2 \frac{b}{c}} = 2x\sqrt{\frac{b}{c}} \\y^2 + \frac{c}{a} &\geq 2\sqrt{y^2 \frac{c}{a}} = 2y\sqrt{\frac{c}{a}} \\z^2 + \frac{a}{b} &\geq 2\sqrt{z^2 \frac{a}{b}} = 2z\sqrt{\frac{a}{b}}\end{aligned}$$
$$\left(x^2 + \frac{b}{c}\right)\left(y^2 + \frac{c}{a}\right)\left(z^2 + \frac{a}{b}\right) \geq 8xyz\sqrt{\frac{b}{c} \cdot \frac{c}{a} \cdot \frac{a}{b}} = 8xyz$$