

## Ecuatie cu trei necunoscute

$$\sqrt{x-3} + 2\sqrt{y-4} + 3\sqrt{z-7} = \frac{1}{2}(x+y+z)$$

Evident, pentru a avea sens ecuația, radicalii trebuie să fie corect definiți, adică:

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ y \geq 4 \\ z \geq 7 \end{cases}$$

Ideea naturală pentru o ecuație irațională cu 3 necunoscute este să rescriem ecuația sub forma unei **sume nulă de pătrate**. **Va rezulta că fiecare pătrat este nul și, de aici, totul este simplu.**

Termenii pătratului sunt ușor de identificat:

Primii termeni ai pătratelor vor fi  $\sqrt{x-3}$ ,  $\sqrt{y-4}$ , respectiv  $\sqrt{z-7}$ .

Pentru a deduce cel de-al doilea termen, vom înmulți ecuația cu 2 și vom fi atenți la termenii de forma  $a\sqrt{x-3}$ ,  $b\sqrt{y-4}$ , respectiv  $c\sqrt{z-7}$ .

$$\sqrt{x-3} + 2\sqrt{y-4} + 3\sqrt{z-7} = \frac{1}{2}(x+y+z) \Leftrightarrow 2\sqrt{x-3} + 4\sqrt{y-4} + 6\sqrt{z-7} = x+y+z$$

Deoarece  $a=2$ ,  $b=4$ ,  $c=6$  rezultă că cel de-al doilea termen al binomului va fi, pe rând, 1, 2, 3.

Suntem în măsură acum să formăm pătratele.

$$\begin{aligned} 2\sqrt{x-3} + 4\sqrt{y-4} + 6\sqrt{z-7} = x+y+z &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x-2-2\sqrt{x-3} + y-4-4\sqrt{y-4} + z+2-6\sqrt{z-7} = 0 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (\sqrt{x-3}-1)^2 + (\sqrt{y-4}-2)^2 + (\sqrt{z-7}-3)^2 = 0 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-3}-1=0 \\ \sqrt{y-4}-2=0 \\ \sqrt{z-7}-3=0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=8 \\ z=16 \end{cases} \end{aligned}$$