Sujet pour section bilingue francophone

SESSION 2012

MATHÉMATIQUES

- DURÉE DE L'ÉPREUVE: 2 HEURES -
- TOUS LES SUJETS SONT OBLIGATOIRES. 10 POINTS SONT ACCORDÉS D'OFFICE. -

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé pour cette épreuve

Partie 1 : connaissances 30 points

1ère partie : QCM (15 points)

Pour chaque question de cet exercice, une seule des quatre propositions est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. La somme des solutions complexes de l'équation $z^4 - z^2 - 12 = 0$ est égale à :

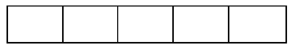
A : 0	B : 1	C : –12	D : aucune des 3 réponses précédentes

2. (U_n) est une suite telle que $U_3 = -5$ et $U_6 = 40$; si (U_n) est arithmétique alors $U_3 + U_4 + ... + U_7 =$:

A : 100	B : 200	C : 70	D : aucune des 3 réponses précédentes

3. $\ln(\sqrt{5} - 2) + \ln(\sqrt{5} + 2)$ est égale à :

A : $2\ln(\sqrt{5})$	B : $\ln 5$	C : 0	D : ln 9

4. On veut colorier à l'aide de quatre couleurs différentes le motif ci-contre : 
Il y a :

A : $C_5^4 = 5$ coloriages possibles.	B : 5×4 = 20 coloriages possibles.	C : 5^4 = 625 coloriages possibles.	D : 4^5 = 1024 coloriages possibles.

2ème partie : questions de cours (15 points)

Question n° 1 :
Un questionnaire à choix multiple (QCM) est constitué de 6 questions. Pour chacune d'entre elles, 3 réponses sont proposées dont une seule est exacte. Un candidat répond au hasard.

1. Déterminer le nombre de réponses possibles à ce QCM.

2. **a –** Déterminer le nombre de cas où les réponses du candidat aux 4 premières questions sont exactes et aux deux autres fausses.
b – Combien y a-t-il de possibilités que le candidat réponde correctement à exactement 4 questions ?

Question n° 2 :
Le plan est rapporté à un repère orthonormé (unité : 2cm.)
On désigne par A, B et C les points du plan ayant pour affixes respectives :
$z_A = 4 + \frac{5}{2}i$; $z_B = 4 - \frac{5}{2}i$ et $z_C = 2 + \frac{3}{2}i$.

1. Placer les points A, B et C dans un repère.

2. Quelle est la nature du triangle ABC ?

3. (D) désigne l'ensemble des points M du plan dont l'affixe z vérifie la relation : $|z - 4 - \frac{5}{2}i| = |z - 2 - \frac{3}{2}i|$.
Quelle est la nature de (D) ? (donner une démonstration algébrique (en posant $z = x + iy$) ou une démonstration géométrique)

Partie 2 : compétences — 60 points

Exercice n°1 : 25 points

Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 6},\ \forall n \geq 0 \end{cases}$.

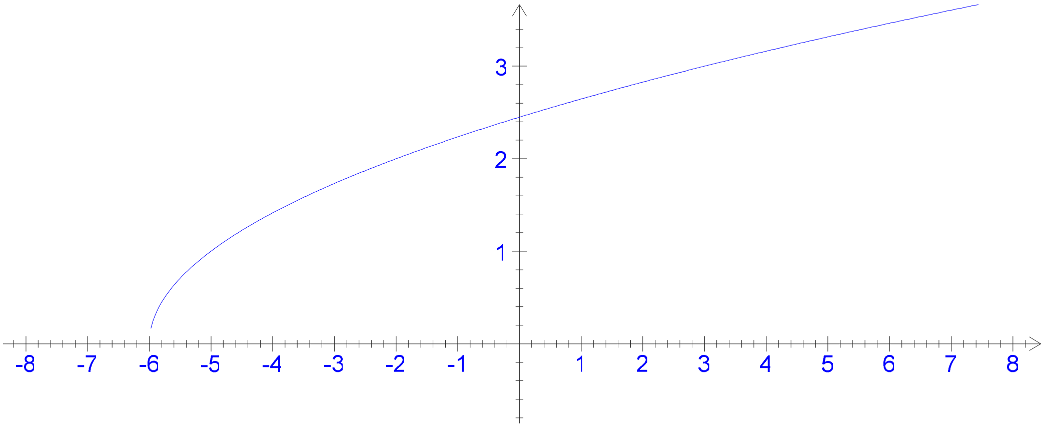
On admet que $\forall\ n \in$ IN, $0 \leq u_n \leq 3$.

a) Représenter les 4 premiers termes de (u_n) sur le graphique ci-dessous :

b) Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

c) Démonter que (u_n) est convergente.

d) Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.



Exercice n°2 : 35 points

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = (2+\cos x)\, e^{1-x}$.

1. Montrer que, pour tout x de IR : $f(x) > 0$.

2. a) Montrer que, pour tout x de IR : $\sqrt{2}\cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) = \cos x + \sin x$.

b) En déduire que, pour tout x de IR : $2 + \cos x + \sin x > 0$.

c) Montrer que f est strictement décroissante sur IR.

3. a) Montrer que, pour tout x de IR : $e^{1-x} \leq f(x) \leq 3e^{1-x}$.

b) En déduire les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

c) Interpréter géométriquement le résultat obtenu lors du calcul de la limite de f en $+\infty$.

4. Quel théorème permet d'établir que, sur l'intervalle $[0\ ;\ \pi]$, l'équation $f(x) = 3$ admet une solution unique α ?