

4 Pe mulțimea numerelor reale se definesc legile de compoziție:

$$\oplus : (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \underline{x \oplus y = x + y - 1}, \quad \forall x, y \in \mathbb{R};$$

$$\otimes : (\alpha, x) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \alpha \otimes x = \alpha x + (1 - \alpha), \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}.$$

Să se arate că în raport cu aceste legi, \mathbb{R} este un spațiu vectorial real.

Verificăm celelalte axiome (M1) – (M4) din definiția spațiului vectorial.

Fie $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ și $x, y \in \mathbb{R}$. Avem:

$$(M1) \quad \alpha \otimes (x \oplus y) = \alpha \otimes (x + y - 1) = \alpha(x + y - 1) + (1 - \alpha) =$$

$$\underline{= \alpha x + (1 - \alpha) + \alpha y + (1 - \alpha) - 1 = (\alpha \otimes x) \oplus (\alpha \otimes y)}$$