UNIVERSITATEA DE VEST DIN TIMIŞOARA
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

MODELUL 1 - Subiect la Matematică
Concurs de admitere la Facultatea de Matematică şi Informatică

Subiectul 1 *Considerăm matricele* $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & -a \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & a & -1 \end{pmatrix}$ *şi sistemul liniar* $\begin{cases} ax + y - az = 1 \\ x - y + 2z = 1 \\ x + ay - z = 1 \end{cases}$, *unde* $a \in \mathbb{R}$.

i) *Calculaţi* $\det A(1)$;

ii) *Determinaţi* $a \in \mathbb{R}$ *pentru care sistemul este compatibil unic determinat;*

iii) *Determinaţi toate valorile* $a \in \mathbb{R}$ *pentru care sistemul este compatibil.*

Subiectul 2 *Pentru* $x, y \in \mathbb{R}$ *notăm* $x * y = xy - 9x - 9y + 90$ *şi fie* $G = [8, 10]$. *Precizaţi care din afirmaţiile de mai jos sunt adevărate, justificând răspunsul dat.*

i) $x * y \in G$, *pentru orice* $x, y \in G$;

ii) $\left(G, *\right)$ *este monoid dar nu este grup;.*

iii) $\left(G \setminus \{9\}, *\right)$ *este grup comutativ;*

iv) *Suma elementelor inversabile ale monoidului* $\left(G, *\right)$ *este egală cu* 18.

Subiectul 3 *Fie* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - a^2x + b$, *unde* $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$. *Dacă* M *şi* m *sunt extremele locale ale funcţie* f, *calculaţi produsul* $M \cdot m$.

Subiectul 4 *Se consideră funcţia* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & , \quad x \le 1 \\ ax^2 - ax + b & , \quad x > 1 \end{cases}$, *unde* $a, b \in \mathbb{R}$.

i) *Să se determine* $a, b \in \mathbb{R}$ *astfel încât funcţia* f *să fie derivabilă pe* $\mathbb{R}$.

ii) *Să se determine* $a, b \in \mathbb{R}$ *dacă* $\int_{-1}^{2} |f(x)| dx = 3$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii şi se notează cu note cuprinse între 1 şi 10.

Timp de lucru: 3 ore.